# 2. Vordiplom
# Mathematik III: Analysis
# (D-ERDW)

**Es wird nicht erwartet, dass Sie in der zur Verfügung stehenden Zeit alle Aufgaben vollständig lösen. Beachten Sie, dass die Teilaufgaben innerhalb einer Aufgabe oft unabhängig von einander gelöst werden können.**

**1. (18 Punkte)**
Lösen Sie für die Funktionen

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (u, v) \mapsto f(u, v) := (u - v^2)^3;$$
$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto g(t) := (t^{1/3}, \frac{1}{3} \ln t, 3)^T, \quad t > 0$$

die folgenden Aufgaben.

**a)** Beschreiben Sie die Niveaulinie von $f$ zum Niveau 8.

**b)** Bestimmen Sie den Gradienten von $f$, allgemein und im Punkt $P(1, 2)$.

**c)** In welcher Richtung von $P(1, 2)$ aus bleibt die Funktion $f$ konstant, in welcher nimmt sie am stärksten ab?

**d)** Wo liegen die kritischen Punkte von $f$? Klären Sie -ohne die Hessematrix zu Hilfe zu nehmen- ab, um was für Punkte es sich handelt.

**e)** Geben Sie eine Koordinatengleichung der Tangentialebene an das Bild von $f$ im Punkt $Q(0, 1)$ (Linearisierung) und damit eine Näherung für den Wert $f(0.1, 0.9)$.

**f)** Bestimmen Sie denjenigen Punkt auf der durch die Funktion $g$ beschriebenen Raumkurve, in welchem die Tangente parallel zum Ebene $y = x$ ist.

**g)** Bestimmen Sie den grösstmöglichen Definitionsbereich und die Ableitung -sowohl direkt als auch mit der Kettenregel- der Funktion

$$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,$$
$$(u, v) \mapsto h(u, v) := g(f(u, v)).$$

**Bitte wenden!**